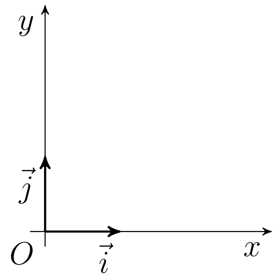
# CHAPITRE 6 : MOUVEMENTS

## 1 Le vecteur position $\overrightarrow{OM}$

### 1.1 Le référentiel

Pour étudier le mouvement d'un objet, on doit choisir un référentiel. Si l'on souhaite décrire le mouvement des objets au niveau de la surface de la Terre, on utilisera le référentiel terrestre. C'est un référentiel lié au sol terrestre.

Le référentiel est associé à un repère dont l'origine O est immobile. Pour l'étude des mouvements dans le plan, on utilise un repère orthonormé (O, $\vec{i}$, $\vec{j}$)




### 1.2 La trajectoire

La trajectoire est la courbe décrite par l'ensemble des positions successives d'un point, noté $M$, de l'objet en mouvement.

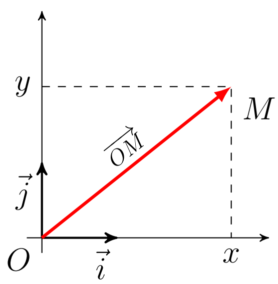
La trajectoire d'un point de l'objet dépend du référentiel choisi.

**Exemples : Quelques trajectoires particulières**

- La trajectoire est une droite : le mouvement est rectiligne.
- La trajectoire est un cercle : le mouvement est circulaire
- La trajectoire est une parabole : le mouvement est parabolique
- La trajectoire est quelconque : le mouvement est curviligne

### 1.3 La position du point $M$

La position du point $M$, de coordonnées $x$ et $y$, est donnée dans le repère orthonormé (O, $\vec{i}$, $\vec{j}$) par le vecteur position $\overrightarrow{OM}$. Ce vecteur et ses coorodonnées dépendent du temps $t$.



Les coordonnées du vecteur position $\overrightarrow{OM}$ sont :

$$\overrightarrow{OM} \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix}$$

Les expressions de $x(t)$ et de $y(t)$ en fonction du temps sont appelées les équations horaires de la position. $x(t)$ et $y(t)$ s'expriment en mètres.

> **Exemple : Equations horaires de la position**
> Balle lancée à partir de l'origine O du repère avec une vitesse initiale de 20 m.$s^{-1}$ et avec un angle de 30 ° par rapport à l'horizontale :
> — $x(t) = 17t$
> — $y(t) = -4,9t^2 + 10t$

# 2 Le vecteur vitesse $\vec{v}$

## 2.1 Définition

Le vecteur vitesse $\vec{v}(t)$ est la dérivée du vecteur position $\overrightarrow{OM}$ par rapport au temps $t$ :

$$\boxed{\vec{v}(t) = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt}(t)}$$

Les coordonnées du vecteur vitesse $\vec{v}(t)$ sont :

$$\vec{v}(t) \begin{pmatrix} v_x(t) = \dfrac{dx}{dt}(t) \\ \\ v_y(t) = \dfrac{dy}{dt}(t) \end{pmatrix}$$

Les expressions de $v_x(t)$ et de $v_y(t)$ en fonction du temps sont appelées les équations horaires de la vitesse. $v_x(t)$ et $v_y(t)$ s'expriment en $m.s^{-1}$.

> **Exemple : Equations horaires de la vitesse**
> Balle lancée à partir de l'origine O du repère avec une vitesse initiale de 20 m.$s^{-1}$ et avec un angle de 30 ° par rapport à l'horizontale :
> — $x(t) = 17t$ donc $v_x(t) = \dfrac{dx}{dt}(t) = 17\ m.s^{-1}$
> — $y(t) = -4,9t^2 + 10t$ donc $v_y(t) = \dfrac{dy}{dt}(t) = -2 \times 4,9t + 10 = -9,8t + 10$ (en m.$s^{-1}$)

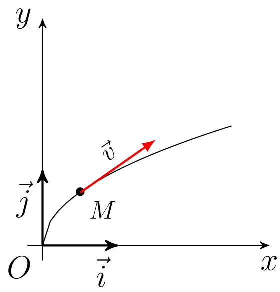
## 2.2 Caractéristiques du vecteur vitesse $\vec{v}(t)$

Les caractéristiques du vecteur vitesse $\vec{v}(t)$ sont :
— point d'application (origine) : position occupée par le point M à la date $t$
— direction : tangent à la trajectoire au point M considéré
— sens : celui du mouvement
— valeur (norme) : valeur de la vitesse au point M considéré exprimée en m.$s^{-1}$

La valeur (ou norme) du vecteur vitesse $\vec{v}(t)$ est donné par la relation :

$$\boxed{v(t) = \|\vec{v}\| = \sqrt{v_x(t)^2 + v_y(t)^2}}$$

La représentation du vecteur vitesse $\vec{v}(t)$ au point M considéré sera la suivante :




# 3 Le vecteur accélération $\vec{a}$

## 3.1 Définition

Le vecteur accélération $\vec{a}(t)$ est la dérivée du vecteur vitesse $\vec{v}$ par rapport au temps $t$ :

$$\boxed{\vec{a}(t) = \frac{d\vec{v}}{dt}(t)}$$

Le vecteur accélération $\vec{a}(t)$ est aussi la dérivée seconde du vecteur position $\overrightarrow{OM}$ par rapport au temps $t$ :

$$\boxed{\vec{a}(t) = \frac{d^2\overrightarrow{OM}}{dt^2}(t)}$$

Les coordonnées du vecteur accélération $\vec{a}(t)$ sont :

$$\vec{a}(t) \begin{pmatrix} a_x(t) = \dfrac{dv_x}{dt}(t) = \dfrac{d^2x}{dt^2} \\ \\ a_y(t) = \dfrac{dv_y}{dt}(t) = \dfrac{d^2y}{dt^2} \end{pmatrix}$$

Les expressions de $a_x(t)$ et de $a_y(t)$ en fonction du temps sont appelées les équations horaires de l'accélération. $a_x(t)$ et $a_y(t)$ s'expriment en $m.s^{-2}$.

La valeur (ou norme) du vecteur accélération $\vec{a}(t)$ est donné par la relation :

$$\boxed{a(t) = \|\vec{a}\| = \sqrt{a_x(t)^2 + a_y(t)^2}}$$

**Exemple : Equations horaires de l'accélération**

Balle lancée à partir de l'origine O du repère avec une vitesse initiale de 20 m.$s^{-1}$ et avec un angle de 30 ° par rapport à l'horizontale :

- $v_x(t) = 17$ donc $a_x(t) = \dfrac{dv_x}{dt}(t) = 0\ m.s^{-2}$
- $v_y(t) = -9,8t + 10$ donc $a_y(t) = \dfrac{dv_y}{dt}(t) = -9,8\ m.s^{-2}$

## 3.2 Vecteur accélération $\vec{a}$ de quelques mouvements particuliers

### 3.2.1 Mouvement rectiligne uniforme

Si le mouvement est rectiligne, la trajectoire est une droite. Donc la direction et le sens du vecteur vitesse $\vec{v}$ ne change pas au cours du mouvement.

Si le mouvement est uniforme, la valeur du vecteur vitesse $\vec{v}(t)$ est constante.

Lors d'un mouvement rectiligne uniforme, le vecteur vitesse $\vec{v}(t)$ est constant (même direction, même sens et même valeur). Donc la dérivée du vecteur vitesse $\vec{v}(t)$ est nulle et le vecteur accélération $\vec{a}(t)$ est égal au vecteur nul $\vec{0}$.

$$\vec{a}(t) = \frac{d\vec{v}}{dt}(t) = \vec{0}$$

### 3.2.2 Mouvement rectiligne accéléré

Si le mouvement est rectiligne, la trajectoire est une droite. Donc la direction et le sens du vecteur vitesse $\vec{v}$ ne change pas au cours du mouvement.

Si le mouvement est accéléré, la valeur du vecteur vitesse $\vec{v}(t)$ varie au cours du temps.

Lors d'un mouvement rectiligne accéléré, le vecteur vitesse $\vec{v}(t)$ n'est pas constant (même direction, même sens mais valeur différente). Donc la dérivée du vecteur vitesse $\vec{v}(t)$ n'est pas nulle et le vecteur accélération $\vec{a}(t)$ est différent du vecteur nul $\vec{0}$.

> **Remarque :** Si le mouvement est rectiligne uniformément accéléré, le vecteur accélération $\vec{a}(t)$ est constant et non nul.