CHAPITRE 7 : INTERACTIONS

1 Force et champ électrostatique

1.1 Force électrostatique

Lorsqu'on frotte une règle en matière plastique avec un morceau de laine, la règle peut attirer des objets légers (cheveux, petits morceaux de papiers ...) Il existe une interaction entre la règle et les morceaux de papiers : c'est l'interaction électrostatique.

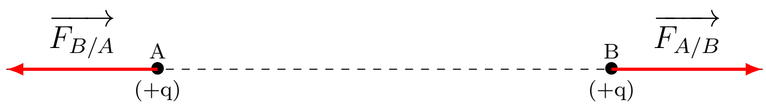
En frottant deux objets de natures différentes, il se produit un transfert d'électrons. Ils sont arrachés à un objet et transférés à l'autre :

— l'objet qui perd des électrons possède une charge positive

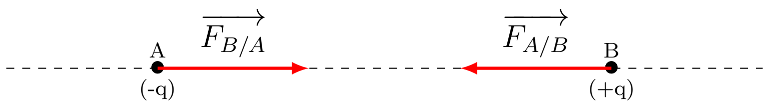
— l'objet qui gagne des électrons possède une charge négative

Cette interaction électrostatique est modélisée par la force électrostatique et représenté par un vecteur noté $\overrightarrow{F}$. Cette force peut être :

— répulsive si les deux objets ont des charges de même signe (deux objets chargés positivement ou deux objets chargés négativement)



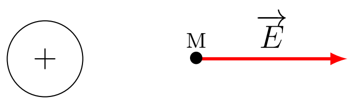
— attractive si les deux objets ont des charges de signes opposés (un objet chargé positivement et l'autre objet chargé négativement)



1.2 Champ électrostatique

Une charge ponctuelle q (positive ou négative) crée autour d'elle un champ électrostatique.

Ce champ électrostatique est représenté par un vecteur et est noté $\overrightarrow{E}$. Sa valeur est exprimée en volt par mètre ($V.m^{-1}$).

> **Exemple : Champ électrostatique $\overrightarrow{E}$ en M créé par un objet chargé positivement**
>
> 
>

1.3 Relation entre force électrostatique et champ électrostatique

Lorsqu'on place un objet chargé dans un champ électrostatique $\overrightarrow{E}$, cet objet est soumis à une force électrostatique $\overrightarrow{F}$. La relation entre cette force et le champ électrostatique est la suivante :

$$\boxed{\overrightarrow{F} = q \times \overrightarrow{E}}$$

q représente la charge électrique de l'objet et s'exprime en coulomb (C). Cette charge peut être positive ou négative. Les caractéristiques de cette force électrostatique sont les suivantes :

— Point d'application : le centre de l'objet de charge q

— Direction : celle du champ électrostatique $\overrightarrow{E}$

— Sens : de même sens que le champ électrostatique $\overrightarrow{E}$ si la charge électrique de l'objet est positive et de sens opposé au champ électrostatique $\overrightarrow{E}$ si la charge électrique de l'objet est négative.

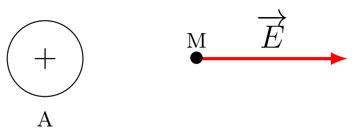
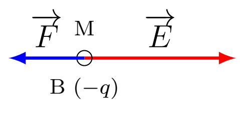
— Valeur :

$$\boxed{F = q \times E}$$

— F : force électrostatique en newton (N)

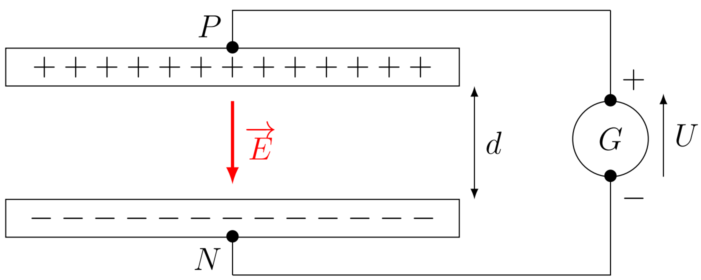
— q : charge électrique en coulomb (C)

— E : champ électrostatique en volt par mètre ($V.m^{-1}$)

> **Exemple :**
> On considère une particule A dite particule source de charge positive. La particule source produit en un point M quelconque de l'espace un champ électrostatique $\overrightarrow{E}$.
>
> 
>
>
> Si on place au point M, une particule B de charge négative $-q$, cette particule sera soumise à une force électrostatique $\overrightarrow{F}$.
>
> 
>
>
> Les vecteurs $\overrightarrow{F}$ et $\overrightarrow{E}$ sont de sens opposés car la charge placée au point M est négative.

1.4 Champ électrostatique entre deux armatures planes

Un champ électrostatique $\overrightarrow{E}$ peut être créé en appliquant une tension U entre deux plaques métalliques parallèles séparées d'une distance d.



Les caractéristiques de ce champ électrostatique $\overrightarrow{E}$ sont les suivantes :

— Point d'application : un point M entre les deux armatures

— Direction : perpendiculaire aux armatures

— Sens : de l'armature chargée positivement vers l'armature chargée négativement

— Valeur :

$$\boxed{E = \frac{U}{d}}$$

— U : tension électrique entre les deux armatures en volt (V)

— d : distance entre les deux armatures en mètre (m)

— E : champ électrostatique en volt par mètre ($V.m^{-1}$)

2 Bilan des forces

2.1 Définition de la force

Une force est une grandeur qui modélise une action mécanique. Cette force est représentée par un vecteur $\overrightarrow{F_{A/B}}$.(Force exercée par A sur B) Les caractéristiques d'une force sont :

— Le point d'application

— La direction (horizontale, verticale, oblique)

— Le sens (vers le haut, vers la gauche ...)

— La valeur : mesurée avec un dynamomètre et exprimée en newton (N)

2.2 Réalisation d'un bilan de forces

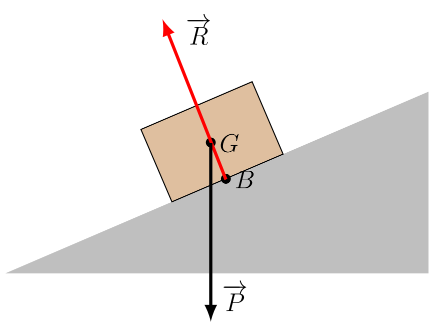
Pour effectuer un bilan des forces sur un objet en mouvement plan, il faut faire l'inventaire de toutes les forces qui s'exercent sur le système. Le système est un point de l'objet dont on étudie le mouvement et sur lequel s'applique les forces. On représente ensuite les forces par des vecteurs sur un schéma en respectant les différentes caractéristiques de ces forces.

Exemple 1 : Forces exercées sur une boite se déplaçant sur un plan incliné

Le système choisit est la boite. Les forces qui s'exercent sur cette boite sont :

— La force exercée par le plan incliné sur la boite. Cette force est notée $\overrightarrow{R}$.

— La force exercée par la Terre sur la boite. Cette force correspond au poids, elle est notée $\overrightarrow{P}$



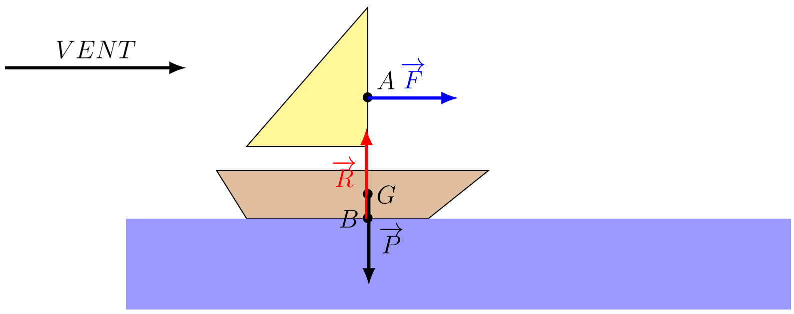
Exemple 2 : Forces exercées sur un bateau à voile

Le système choisit est le bateau. Les forces qui s'exercent sur ce bateau sont :

— La force exercée par l'eau sur le bateau. Cette force est notée $\overrightarrow{R}$.

— La force exercée par la Terre sur le bateau. Cette force correspond au poids, notée $\overrightarrow{P}$

— La force exercée par l'air sur le bateau. Cette force est notée $\overrightarrow{F}$



3 Lois de Newton

3.1 Première loi de Newton ou principe d'inertie

Si un système assimilé à un point matériel est soumis à un ensemble de forces dont la résultante est nulle ($\Sigma\overrightarrow{F_{ext}} = \overrightarrow{0}$) alors il est immobile (vitesse nulle) ou animé d'un mouvement rectiligne uniforme (vitesse constante).

Réciproquement, si un système assimilé à un point matériel est immobile ou aminé d'un mouvement rectiligne uniforme alors la somme des forces qui s'exercent sur lui est nulle.

Cette première loi de Newton peut s'écrire :

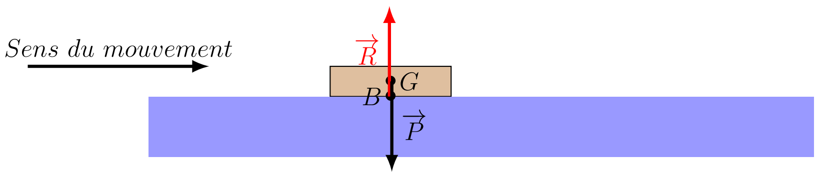
$$\boxed{\Sigma\overrightarrow{F_{ext}} = \overrightarrow{0} \text{ alors } \overrightarrow{v} \text{ est constant}}$$

Exemple : Palet lancé sur une surface plane, horizontale et glacée

Le système choisit est le palet. Les forces qui s'exercent sur le palet sont :

— La force exercée par la surface sur le palet. Cette force est notée $\overrightarrow{R}$.

— La force exercée par la Terre sur le palet. Cette force correspond au poids, notée $\overrightarrow{P}$



Dans cette situation, la résultante des forces qui s'exercent sur la palet est nulle donc, d'après la première loi de Newton, le mouvement du palet est rectiligne uniforme.

3.2 Deuxième loi de Newton ou principe fondamental de la dynamique

La résultante des forces qui s'exercent sur un système assimilé à un point matériel est égale au produit de la masse et du vecteur accélération du système.

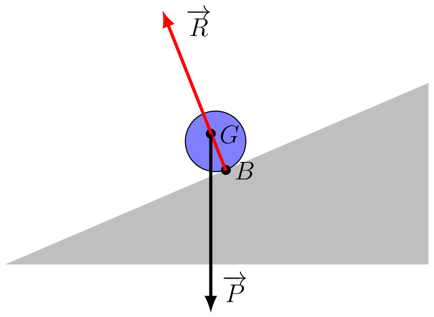
$$\boxed{\Sigma\overrightarrow{F_{ext}} = m\overrightarrow{a}}$$

Exemple : Forces exercées sur une bille roulant sur un plan incliné

Le système choisit est la bille. Les forces qui s'exercent sur la bille sont :

— La force exercée par le plan incliné sur la bille. Cette force est notée $\overrightarrow{R}$.

— La force exercée par la Terre sur la bille. Cette force correspond au poids, elle est notée $\overrightarrow{P}$



Dans cette situation, la résultante des forces qui s'exercent sur la bille n'est pas nulle donc, d'après la deuxième loi de Newton, la bille est soumise à une accélération.

3.3 Troisième loi de Newton ou principe des actions réciproques

Lorsqu'un objet A exerce sur un objet B une force $\overrightarrow{F_{A/B}}$ alors le solide B exerce sur le solide A une force $\overrightarrow{F_{B/A}}$. Ces deux forces ont la même direction, la même valeur mais des sens opposés. Cette loi peut s'écrire :

$$\boxed{\overrightarrow{F_{A/B}} = -\overrightarrow{F_{B/A}}}$$

Exemple : Actions réciproques entre la Terre et la Lune

Le système choisit est la Lune ou la Terre. Les forces qui s'exercent sont :

— La force exercée par la Terre sur la Lune. Cette force est notée $\overrightarrow{F_{T/L}}$.

— La force exercée par la Lune sur la Terre. Cette force est notée $\overrightarrow{F_{L/T}}$

Ces deux forces ont la même direction, la même valeur mais sont de sens opposés.

4 Etude du mouvement plan de chute libre

4.1 Définition

Un objet est considéré en chute libre lorsqu'il n'est soumis qu'à une seule force : le poids.

En effet, lorsqu'un objet est placé à proximité de la Terre, il subit un champ de pesanteur noté $\overrightarrow{g}$.

Les caractéristiques de ce champ de pesanteur $\overrightarrow{g}$ sont les suivantes :

— Point d'application : un point M de l'espace à proximité de la surface de la Terre

— Direction : verticale

— Sens : vers le bas

— Valeur : dans une région à proximité de la surface de la Terre, il peut être considéré comme constant (champ uniforme) et égal à 9,81 $m.s^{-2}$

Dans ce champ de pesanteur, l'objet est alors soumis à une force, cette force est appelée le poids de l'objet, notée $\overrightarrow{P}$. Les caractéristiques du poids $\overrightarrow{P}$ sont les suivantes :

— Point d'application : centre de gravité de l'objet

— Direction : verticale

— Sens : vers le bas

— Valeur :

$$\boxed{P = m \times g}$$

— P : poids en newton (N)

— m : masse de l'objet en kilogramme (kg)

— g : valeur du champ de pesanteur ($m.s^{-2}$)

Pour un objet en chute libre, l'allure de la trajectoire dépend des conditions initiales :

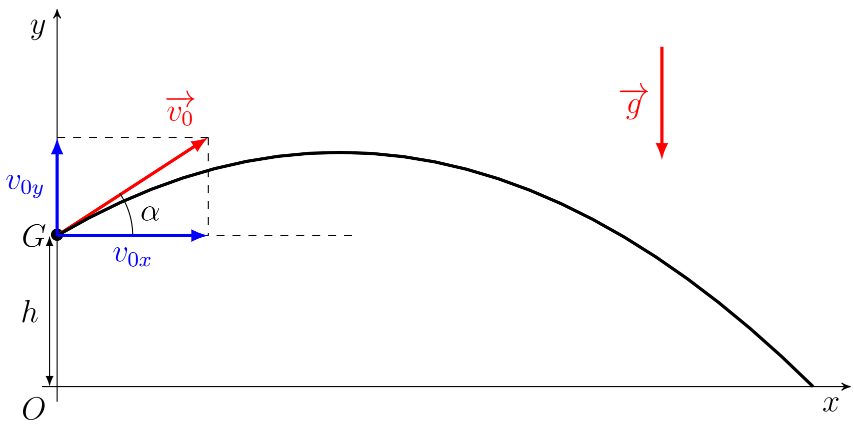
— Si l'objet est lâché sans vitesse initiale v_0 et d'une hauteur h, l'allure de la trajectoire est une droite verticale.

— Si l'objet est lancé obliquement avec une vitesse initiale v_0 et d'une hauteur h, l'allure de la trajectoire est une parabole.

4.2 Equations horaires du mouvement plan de chute libre

4.2.1 Situation expérimentale

Un objet est lancé avec une vitesse initiale $\overrightarrow{v_0}$ et d'une hauteur h. Le vecteur vitesse $\overrightarrow{v_0}$ fait un angle α avec l'horizontale. Cet objet est soumis au champ de pesanteur $\overrightarrow{g}$



Les conditions initiales à $t = 0$ sont les suivantes :

— Pour le vecteur position $\overrightarrow{OM}(0)$

$$\overrightarrow{OM}(0) \begin{pmatrix} x(0) = 0 \\ y(0) = h \end{pmatrix}$$

— Pour le vecteur vitesse $\overrightarrow{v}(0)$

$$\overrightarrow{v}(0) \begin{pmatrix} v_x(0) = v_{x0} = v_0 cos(\alpha) \\ v_y(0) = v_{y0} = v_0 sin(\alpha) \end{pmatrix}$$

4.2.2 Lois horaires du vecteur accélération

L'objet est en chute libre donc il n'est soumis qu'à son poids $\overrightarrow{P}$.
On peut en déduire que $\Sigma\overrightarrow{F_{ext}} = \overrightarrow{P}$.
En appliquant la deuxième loi de Newton, on peut écrire :

$$\Sigma\overrightarrow{F_{ext}} = m\overrightarrow{a} \text{ soit } \overrightarrow{P} = m\overrightarrow{a}$$

$$m\overrightarrow{g} = m\overrightarrow{a} \text{ donc } \overrightarrow{g} = \overrightarrow{a}$$

Sachant que le champ de pesanteur $\overrightarrow{g}$ est vertical et vers le bas, on a, pour le vecteur accélération $\overrightarrow{a}$, les équations horaires suivantes :

$$\overrightarrow{a}\begin{pmatrix} a_x(t) = 0 \\ a_y(t) = -g \end{pmatrix}$$

4.2.3 Lois horaires du vecteur vitesse

Le vecteur accélération correspond à la dérivée du vecteur vitesse par rapport au temps donc les coordonnées du vecteur vitesse sont obtenues en recherchant les primitives des coordonnées du vecteur accélération par rapport au temps.

$$\overrightarrow{a}\begin{pmatrix} a_x(t) = 0 \\ a_y(t) = -g \end{pmatrix} \xrightarrow{primitive} \quad \overrightarrow{v}\begin{pmatrix} v_x(t) = C_x \\ v_y(t) = -g \times t + C_y \end{pmatrix}$$

Les constantes C_x et C_y dépendent des conditions initiales. Ce sont les coordonnées du vecteur vitesse $\overrightarrow{v_0}$ à l'instant initial. Donc :

— $C_x = v_0 cos(\alpha)$

— $C_y = v_0 sin(\alpha)$

On en déduit les équations horaires du vecteur vitesse :

$$\overrightarrow{v}\begin{pmatrix} v_x(t) = v_0 cos(\alpha) \\ v_y(t) = -g \times t + v_0 sin(\alpha) \end{pmatrix}$$

4.2.4 Lois horaires du vecteur position

Le vecteur vitesse correspond à la dérivée du vecteur position par rapport au temps donc les coordonnées du vecteur position sont obtenues en recherchant les primitives des coordonnées du vecteur vitesse par rapport au temps.

$$\overrightarrow{v}\begin{pmatrix} v_x(t) = v_0 cos(\alpha) \\ v_y(t) = -g \times t + v_0 sin(\alpha) \end{pmatrix} \xrightarrow{primitive} \quad \overrightarrow{OM}\begin{pmatrix} x(t) = v_0 cos(\alpha) \times t + D_x \\ y(t) = -\frac{1}{2}g \times t^2 + v_0 sin(\alpha) \times t + D_y \end{pmatrix}$$

Les constantes D_x et D_y dépendent des conditions initiales. Ce sont les coordonnées du vecteur position $\overrightarrow{OM}$ à l'instant initial. Donc :

— $D_x = 0$

— $D_y = h$

On en déduit les équations horaires du vecteur vitesse :

$$\overrightarrow{OM}\begin{pmatrix} x(t) = v_0 cos(\alpha) \times t \\ y(t) = -\frac{1}{2}g \times t^2 + v_0 sin(\alpha) \times t + h \end{pmatrix}$$

5 Chute libre avec frottement visqueux

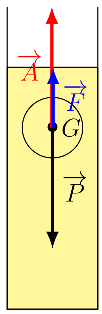
5.1 Bilan des forces

On étudie le mouvement de la chute d'un objet de volume V dans un fluide visqueux de masse volumique ρ, sans vitesse initiale. Le système choisit est l'objet. Les forces qui s'exercent sur cet objet sont :

— La force exercée par le liquide sur l'objet. Cette force est la poussée d'Archimède, notée $\overrightarrow{A}$.

— La force exercée par la Terre sur l'objet. Cette force correspond au poids, elle est notée $\overrightarrow{P}$.

— La force de frottement exercée par le liquide sur l'objet. Cette force est notée $\overrightarrow{F}$. Cette force est proportionnelle à la vitesse. La constante de proportionnalité k dépend du fluide et de la forme de l'objet.



Les caractéristiques de ces forces sont :

Poids $\overrightarrow{P}$

— Point d'application : G

— Direction : verticale

— Sens : vers le bas

— Valeur : $P = m \times g$

Poussée d'Archimède $\overrightarrow{A}$

— Point d'application : G

— Direction : verticale

— Sens : vers le haut

— Valeur : $A = \rho \times V \times g$

Force de frottement $\overrightarrow{F}$

— Point d'application : G

— Direction : verticale

— Sens : vers le haut

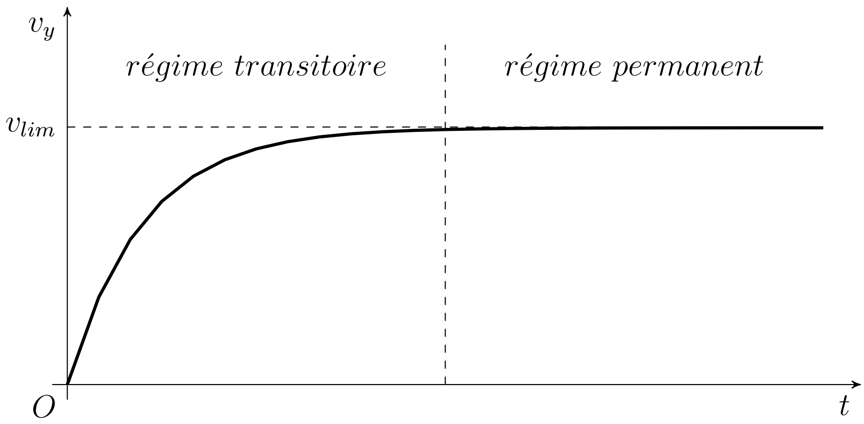
— Valeur : $F = k \times v$

5.2 Evolution de la vitesse de l'objet au cours du temps

Le mouvement peut être décomposé en deux phases :

— 1 ère phase : mouvement rectiligne accéléré appelé régime transitoire. (la vitesse augmente)

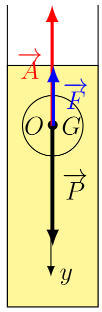
— 2 ème phase : mouvement rectiligne uniforme appelé régime permanent. (la vitesse est constante)



Lors de la première phase, la somme des trois forces n'est pas nulle et le mouvement est accéléré. Comme la vitesse augmente, la force de frottement augmente également et va atteindre une valeur pour laquelle la somme des trois forces est nulle. Le mouvement devient uniforme, la vitesse est constante, c'est le début du régime permanent.

5.3 Expression de la vitesse limite en régime permanent

Pour étudier le mouvement de l'objet dans le liquide visqueux, on choisit un axe (Oy) verticale et vers le bas. Il est orienté dans le sens du mouvement. Son origine O coïncide avec la position initiale du centre de gravité G de l'objet.



En régime permanent, la sommes des trois forces est nulle car le mouvement est uniforme. D'après la première loi de Newton, on a la relation :

$$\Sigma\overrightarrow{F_{ext}} = \overrightarrow{0} \quad \text{donc} \quad \overrightarrow{P} + \overrightarrow{A} + \overrightarrow{F} = \overrightarrow{0}$$

En projetant sur l'axe (Oy), la relation précédente devient :

$$P - A - F = 0$$

(A et F ont un signe négatif car elles ont un sens opposé à celui de l'axe (Oy))

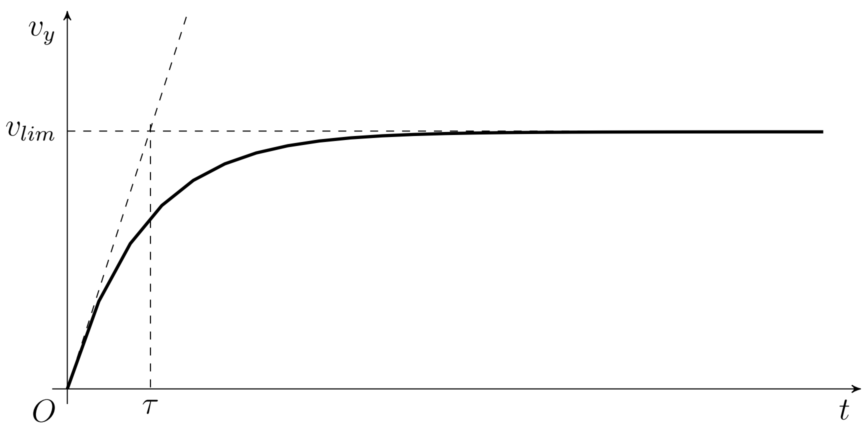
On remplace ensuite P, A et F par leur expression respective :

$$\begin{aligned} &mg - \rho V g - k v_{lim} = 0 \\ &k v_{lim} = mg - \rho V g = mg\left(1 - \frac{\rho V}{m}\right) \\ &v_{lim} = \frac{mg}{k}\left(1 - \frac{\rho V}{m}\right) \end{aligned}$$

On pose $\tau = \dfrac{m}{k}$ où τ est la constante de temps. L'expression de la vitesse limite v_{lim} devient : $v_{lim} = \tau g\left(1 - \dfrac{\rho V}{m}\right)$

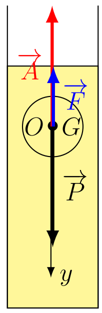
5.4 Temps caractéristique

Le temps caractéristique (ou constante de temps définie précédemment) est l'abscisse du point d'intersection de la tangente à la courbe $v(t)$ à $t = 0$ avec la droite horizontale d'ordonnée v_{lim}. Ce temps caractéristique est déterminé graphiquement.



5.5 Équation différentielle vérifiée par la vitesse

Pour établir l'équation différentielle vérifiée par la vitesse, on reprend l'axe (Oy) définit précédemment.



D'après la seconde loi de Newton, on a la relation :

$$\Sigma\overrightarrow{F_{ext}} = m\vec{a} \quad \text{donc} \quad \vec{P} + \vec{A} + \vec{F} = m\vec{a}$$

En projetant sur l'axe (Oy), la relation précédente devient :

$$P - A - F = ma$$

(A et F ont un signe négatif car elles ont un sens opposé à celui de l'axe (Oy))

On remplace ensuite P, A, F et a par leur expression respective :

$$mg - \rho V g - kv_y = m\frac{dv_y}{dt}$$
$$g - \frac{\rho}{m}Vg - \frac{k}{m}v_y = \frac{dv_y}{dt}$$
$$\frac{dv_y}{dt} + \frac{k}{m}v_y = g - \frac{\rho}{m}Vg$$
$$\frac{dv_y}{dt} + \frac{k}{m}v_y = g\left(1 - \frac{\rho}{m}V\right) \quad (1)$$

D'après la partie précédente, on sait que :

$$v_{lim} = \tau g\left(1 - \frac{\rho}{m}V\right) \; donc \; g\left(1 - \frac{\rho}{m}V\right) = \frac{v_{lim}}{\tau}$$
$$et \; \tau = \frac{m}{k}$$

On remplace ces expressions dans l'équation (1) et on obtient :

$$\frac{dv_y}{dt} + \frac{v_y}{\tau} = \frac{v_{lim}}{\tau}$$

Cette équation différentielle est du type $y' + ay = b$ avec $a = \frac{1}{\tau}$ et $b = \frac{v_{lim}}{\tau}$. Les solutions de cette équation sont les fonctions de la forme :

$$v(t) = Ce^{-at} + \frac{b}{a}$$
$$v(t) = Ce^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{\frac{v_{lim}}{\tau}}{\frac{1}{\tau}} = Ce^{-\frac{t}{\tau}} + v_{lim}$$

C est une constante déterminée par les conditions initiales : à $t = 0$, $v(0) = 0$. En remplaçant dans la relation précédente pour $t = 0$, on a :

$$v(0) = Ce^{-\frac{0}{\tau}} + v_{lim} = C + v_{lim}$$
$$C = -v_{lim}$$

L'expression de $v(t)$ devient :

$$v(t) = -v_{lim}e^{-\frac{t}{\tau}} + v_{lim} = v_{lim}\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$